

Fredi arbeitet seit einigen Jahren in der Wichtelverwaltung. Er mag seinen Job, doch manchmal ist ihm auch langweilig. Gerade wartet er auf eine neue Arbeitsanweisung von Oberwichtel Pascaline, doch sie rennt schon zum dritten Mal an ihm vorbei und ruft „...ich bin sofort da!“

Während Fredi wartet, schweift sein Blick über die Arbeitsunterlage auf seinem Schreibtisch. Diese Unterlage ist ein großes Blatt Papier, darauf gedruckt ist der Kalender des Monats Dezember 2015. Er kreist gelangweilt ein Datum nach dem anderen ein: 1.12., 2.12., 3.12... bevor er das heutige Datum einkreist, kommt ihm ein Gedanke: „ $3 + 12 = 15$, das passt!“ Wenn er Tag und Monat addiert, kommt das richtige Jahr heraus. Er schaut weiter, entdeckt den 27.12.15 und denkt: „Als Subtraktion stimmt das auch: $27 - 12 = 15!$ “

Fasziniert forscht Fredi nach weiteren Daten dieser Art. In der Ecke des Blattes ist ein kleiner Kalender des ganzen Jahres 2016 abgebildet. „Wie viele davon wird es wohl im Jahr 2016 geben? Vielleicht gibt es ja auch Multiplikations- und Divisionsaufgaben, die stimmen? Zum Beispiel am 3. Mai 2015: $3 \cdot 5 = 15$, aber das stimmt ja nicht für 2016...“

Wie viele verschiedene Daten gibt es im Kalenderjahr 2016, die sich (wie oben beschrieben) als Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- oder Divisionaufgabe schreiben lassen?

[Tipp: Finde Regelmäßigkeiten bei den Monaten und nutze das Vertauschungsgesetz (zum Beispiel $4 + 3 = 3 + 4$ oder $3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$).]



- a) 24 Daten
- b) 26 Daten
- c) 28 Daten
- d) 30 Daten

Diese Aufgabe wurde vorgeschlagen von:

Vera Bertsch (Schülerin)

Landern-Grundschule, Markgröningen (Baden-Württemberg)

Lösung:

Antwortmöglichkeit c) ist richtig. Es gibt im Jahr 2016 genau 28 verschiedene Daten, die sich als Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- oder Divisionsaufgabe schreiben lassen.

Am besten untersuchst du die Daten systematisch von Monat zu Monat. Da das Jahr 2016 und die Monatszahl jeweils feststehen, brauchst du pro Rechenart (*Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division*) höchstens ein Datum pro Monat zu prüfen. Als Ergebnis muss jeweils 16 herauskommen. Es ist sinnvoll, die vier Rechenarten einzeln zu untersuchen.

Division:

In dem Zahlenraum der Daten gibt es nur eine richtige *Divisionsaufgabe* bei der 16 als *Quotient* (Ergebnis der Divisionsaufgabe) herauskommt.

1. Datum: 16. Januar 2016 geht, weil $16 : 1 = 16$.

Ein Monat hat höchstens 31 Tage, somit kommt kein anderer *Dividend* als 16 infrage, denn der nächstmögliche Tag wäre der 32. ($32 : 2 = 16$). (Ein *Dividend* ist die erste Zahl in einer Divisionsaufgabe, durch die geteilt wird.)

Multiplikation:

Nun überlegst du dir, wie man die 16 als *Produkt* (Ergebnis einer Multiplikationsaufgabe) darstellen kann. Dies geht in dem Zahlenraum der Daten (1. *Faktor* für die Tage: zwischen 1 und 31, 2. *Faktor* für die Monate: zwischen 1 und 12) auf vier verschiedene Arten:

$16 \cdot 1$, $8 \cdot 2$, $4 \cdot 4$, $2 \cdot 8$.

Als erstes siehst du, dass der 16. Januar 2016 ein mögliches Datum ist. Dieses Datum hast du aber bereits bei der Divisionsaufgabe gefunden, du darfst es also nicht doppelt zählen.

Weiterhin findest du drei neue Daten:

2. Datum: 8. Februar 2016, weil $8 \cdot 2 = 16$,

3. Datum: 4. April 2016, weil $4 \cdot 4 = 16$,

4. Datum: 2. August 2016, weil $2 \cdot 8 = 16$.

Addition:

Nun kommst du zu den passenden Additionsaufgaben. Hier kannst du in jedem Monat ein Datum finden, das passt. Du kannst dir vorher schon überlegen, dass der Tag höchstens der 15. des Monats sein kann. Wenn du die Monate der Reihe nach durchgehst, kommst du auf folgende 12 Daten:

5. Datum: 15. Januar 2016, weil $15 + 1 = 16$,

6. Datum: 14. Februar 2016, weil $14 + 2 = 16$,

7. Datum: 13. März 2016, weil $13 + 3 = 16$,

8. Datum: 12. April 2016, weil $12 + 4 = 16$,

9. Datum: 11. Mai 2016, weil $11 + 5 = 16$,

10. Datum: 10. Juni 2016, weil $10 + 6 = 16$,

11. Datum: 9. Juli 2016, weil $9 + 7 = 16$,

12. Datum: 8. August 2016, weil $8 + 8 = 16$,
13. Datum: 7. September 2016, weil $7 + 9 = 16$,
14. Datum: 6. Oktober 2016, weil $6 + 10 = 16$,
15. Datum: 5. November 2016, weil $5 + 11 = 16$,
16. Datum: 4. Dezember 2016, weil $4 + 12 = 16$.

Mit mehr Überlegung vorab, kannst du dir ein wenig Arbeit sparen. Bei der Addition gilt nämlich das Kommutativgesetz. Du kannst beim Addieren die Summanden vertauschen, ist z.B. $12 + 4 = 16$, so gilt dies auch für $4 + 12$. Der 2. Summand darf nicht größer als 12 sein. Beim 8., 9., 10. und 11. Datum kannst du allerdings die Summanden vertauschen und bekommst so das 13., 14., 15. und 16. Datum heraus. Diese vier Daten hättest du also einfach doppelt zählen können. Bei der Multiplikation gilt das Kommutativgesetz ebenfalls. Hier hättest du allerdings nur eine Rechnung $8 \cdot 2 = 2 \cdot 8$ gespart.

Subtraktion:

Für die Subtraktionsaufgaben musst du monatsweise vorgehen, weil bei der Subtraktion das Kommutativgesetz *nicht* gilt. Hier findest du im Jahr 2016 auch wieder 12 passende Daten:

17. Datum: 17. Januar 2016, weil $17 - 1 = 16$,
18. Datum: 18. Februar 2016, weil $18 - 2 = 16$,
19. Datum: 19. März 2016, weil $19 - 3 = 16$,
20. Datum: 20. April 2016, weil $20 - 4 = 16$,
21. Datum: 21. Mai 2016, weil $21 - 5 = 16$,
22. Datum: 22. Juni 2016, weil $22 - 6 = 16$,
23. Datum: 23. Juli 2016, weil $23 - 7 = 16$,
24. Datum: 24. August 2016, weil $24 - 8 = 16$,
25. Datum: 25. September 2016, weil $25 - 9 = 16$,
26. Datum: 26. Oktober 2016, weil $26 - 10 = 16$,
27. Datum: 27. November 2016, weil $27 - 11 = 16$,
28. Datum: 28. Dezember 2016, weil $28 - 12 = 16$.

Du siehst: wenn du die Tageszahl um 1 erhöhst, musst du die Monatszahl auch immer um 1 erhöhen, damit die *Differenz* gleich bleibt.

Insgesamt kommst du also auf 28 Daten im Jahr 2016, die sich mit einer Additions-, Subtraktions-, Multiplikations- oder Divisionsaufgabe schreiben lassen. Der 16. Januar 2016 lässt sich sogar auf zwei verschiedene Arten als Rechenaufgabe darstellen. Trotzdem darfst du das Datum nur 1 Mal zählen, es ist halt nur ein Datum.